

APPLICATION DE LA THÉORIE DE LA TAXATION OPTIMALE À L'IMPÔT QUÉBÉCOIS

PIER-ANDRÉ BOUCHARD ST-AMANT
NICOLAS BOLDUC
JUDELIN MICHEL DUCATEL
GUILLAUME DUMAIS

Les rapports de projet sont destinés plus spécifiquement aux partenaires et à un public informé. Ils ne sont ni écrits à des fins de publication dans des revues scientifiques ni destinés à un public spécialisé, mais constituent un médium d'échange entre le monde de la recherche et le monde de la pratique.

Project Reports are specifically targeted to our partners and an informed readership. They are not destined for publication in academic journals nor aimed at a specialized readership, but are rather conceived as a medium of exchange between the research and practice worlds.

Le CIRANO est un organisme sans but lucratif constitué en vertu de la Loi des compagnies du Québec. Le financement de son infrastructure et de ses activités de recherche provient des cotisations de ses organisations-membres, d'une subvention d'infrastructure du gouvernement du Québec, de même que des subventions et mandats obtenus par ses équipes de recherche.

CIRANO is a private non-profit organization incorporated under the Quebec Companies Act. Its infrastructure and research activities are funded through fees paid by member organizations, an infrastructure grant from the government of Quebec, and grants and research mandates obtained by its research teams.

Les partenaires du CIRANO – CIRANO Partners

Partenaires corporatifs – Corporate Partners

Autorité des marchés financiers
Banque de développement du Canada
Banque du Canada
Banque nationale du Canada
Bell Canada
BMO Groupe financier
Caisse de dépôt et placement du Québec
Énergir
Hydro-Québec
Innovation, Sciences et Développement économique Canada
Intact Corporation Financière
Investissements PSP
Manuvie Canada
Ministère de l'Économie, de la Science et de l'Innovation
Ministère des finances du Québec
Mouvement Desjardins
Power Corporation du Canada
Rio Tinto
Ville de Montréal

Partenaires universitaires – Academic Partners

École de technologie supérieure
École nationale d'administration publique
HEC Montréal
Institut national de la recherche scientifique
Polytechnique Montréal
Université Concordia
Université de Montréal
Université de Sherbrooke
Université du Québec
Université du Québec à Montréal
Université Laval
Université McGill

Le CIRANO collabore avec de nombreux centres et chaires de recherche universitaires dont on peut consulter la liste sur son site web.
CIRANO collaborates with many centers and university research chairs; list available on its website.

© Août 2022. Pier-andré bouchard st-amant, Nicolas bolduc, Judelin michel ducatel et Guillaume dumais. Tous droits réservés. *All rights reserved.* Reproduction partielle permise avec citation du document source, incluant la notice ©. *Short sections may be quoted without explicit permission, if full credit, including © notice, is given to the source.*

Les idées et les opinions émises dans cette publication sont sous l'unique responsabilité des auteurs et ne représentent pas nécessairement les positions du CIRANO ou de ses partenaires. *The observations and viewpoints expressed in this publication are the sole responsibility of the authors; they do not necessarily represent the positions of CIRANO or its partners.*

Application de la théorie de la taxation optimale à l'impôt québécois

Pier-andré bouchard st-amant^{*}, *Nicolas bolduc*[†], *Judelin michel ducatel*[‡] et *Guillaume dumais*[§]

18 août 2022

Résumé

Nous appliquons la théorie de la taxation optimale sur le revenu de James Mirrlees (Mirrlees, 1971) sur les données fiscales québécoises. Cette théorie nous fournit un guide normatif pour suggérer des réformes quant à la structure des taux marginaux effectifs implicites. Notre recommandation la plus robuste est de réduire ces taux dans la plage de revenu entre 30 000\$ et 55 000\$. Nous montrons également qu'il pourrait être efficient d'augmenter les taux d'imposition chez les personnes à revenus plus élevés, selon que le gouvernement ait des préférences redistributives plus élevées, ou selon des paramètres comportementaux des travailleurs. Cette deuxième conclusion est moins robuste et requiert des travaux empiriques additionnels pour être qualifiée de définitive.

We apply James Mirrlees' theory of optimal income taxation (Mirrlees, 1971) to Quebec tax data. This theory provides us with a normative guide to suggest reforms to the structure of implicit marginal effective rates. Our most robust recommendation is to reduce these rates in the income range between \$30,000 and \$55,000. We also show that it may be efficient to increase tax rates for higher earners, depending on whether the government has higher redistributive preferences or on the behavioral parameters of workers. This second conclusion is less robust and requires additional empirical work to be called definitive.

Mots-clés : taxation optimale, réformes, taux d'imposition, revenu / optimal taxation, reforms, tax rates, income

Pour citer ce document

Bouchard St-amant P-A., Bolduc N., Ducatel J-M et Dumais G. (2022). Application de la théorie de la taxation optimale à l'impôt québécois. (2022RP-21, CIRANO). <https://doi.org/10.54932/SDVJ5720>

* Auteur de correspondance. École nationale d'administration publique et Groupe de recherche en économie publique appliquée (GRÉPA), pabsta@grepa.ca. Les auteurs tiennent à remercier Yanick Wilfred Tadjioque pour avoir contribué aux travaux préliminaires menant à ce rapport, de même que Bruno Djontu pour sa relecture et ses commentaires.

† Université de Sherbrooke et Groupe de recherche en économie publique appliquée (GRÉPA), nicolas@grepa.ca

‡ École nationale d'administration publique et Groupe de recherche en économie publique appliquée (GRÉPA), judelin@grepa.ca

§ Université de Sherbrooke et Groupe de recherche en économie publique appliquée (GRÉPA), gdumais@grepa.ca

1 Introduction

Les débats entourant la fiscalité québécoise communiqueront tantôt les besoins pour l'appareil public d'établir l'équilibre budgétaire, tantôt la nécessité de favoriser la croissance économique, ou encore de signifier l'importance de réduire les écarts de richesse. Selon les préférences politiques, on mettra soit l'emphase sur les propriétés redistributives ou encore sur l'importance d'un régime fiscal qui stimule la création de richesse.

Paradoxalement, bien peu de suggestions de réformes s'appuient sur la théorie économique de la taxation, nommément appelée la « taxation optimale ». Cette dernière cherche à formaliser et étudier la structure et le dosage d'un régime fiscal. Comment devrait-on structurer l'impôt sur le revenu ? Peut-on améliorer notre système de taxes à la consommation ? Sommes-nous trop taxés ? Comment réfléchir au dosage entre les instruments fiscaux ? De manière plus générale, la théorie de la taxation optimale cherche à répondre à la question générale de ce qu'est un « bon » régime fiscal.

Cette évaluation revêt bien sûr une dimension normative. Pour qualifier un régime de « bon » ou de « moins bon », voire « d'efficent », encore faut-il se fixer des critères d'évaluation dictant ce qui est « mieux » en matière de fiscalité. À ce titre, la théorie économique de la taxation encode généralement les deux critères normatifs les plus souvent discutés. D'abord, l'efficacité économique, c'est-à-dire à quel point un régime favorise la création de la richesse. Ensuite, l'équité économique, c'est-à-dire à quel point un régime favorise la redistribution de la richesse. Dans certaines versions de la théorie, on s'intéressera également aux coûts de gestion d'un régime fiscal ou encore aux coûts de l'évasion fiscale.

Ces considérations normatives ne conduisent pas aux mêmes régimes fiscaux. Un régime efficient destiné à réduire les inégalités de revenus n'aura pas les mêmes propriétés qu'un régime efficient visant à maximiser la richesse, lui-même différent d'un régime visant à maximiser l'emploi. La posture traditionnelle de la théorie de la taxation optimale n'est pas de prendre position sur l'importance de chacun de ces critères, mais plutôt de déterminer l'arbitrage le plus efficient possible entre ces critères. Une manière de comprendre cette posture consiste à prendre le rôle de l'appareil public devant servir un nouveau gouvernement. Si ce gouvernement favorise l'efficacité économique, quelle est la forme que devrait prendre le régime fiscal qui permet au gouvernement d'atteindre cet objectif tout en minimisant les impacts sur les inégalités de revenus ? *A contrario*, si ce nouveau gouvernement favorise la

redistribution de la richesse, comment concevoir un régime qui permettra d’atteindre cet objectif tout en étant le moins dommageable possible pour une économie ? En d’autres termes, pour une posture politique donnée quant à la valeur des inégalités, quel régime fiscal permet d’atteindre cette posture tout en ayant la plus grande efficacité économique possible ? La théorie de la taxation optimale cherchera donc à fournir une réponse pour un continuum de postures redistributives. Chacune fournira le meilleur arbitrage possible entre redistribution et création de richesse étant donné la posture retenue. En comparant ces familles théoriques au réel, on peut alors identifier des améliorations possibles au régime fiscal et dégager les similitudes ou différences entre différentes postures redistributives.

Ce document se propose d’étudier comment une version restreinte de la théorie permet de nous informer sur l’efficacité et le caractère redistributif de l’impôt sur le revenu, de l’ensemble des cotisations obligatoires et des programmes de transfert aux personnes à faible revenu. Ces cotisations et transferts incluent par exemple l’impôt fédéral sur le revenu, l’impôt provincial sur le revenu, l’aide sociale et les cotisations obligatoires à l’assurance emploi, ce qu’on appelle les **taux marginaux effectifs implicites** d’imposition (TMEI).¹ Les TMEI traduisent à quel point le revenu disponible augmente en fonction d’une augmentation du revenu de travail. À titre d’exemple, imaginons une personne ayant un revenu total de 10,000\$ et ayant de surcroît des prestations d’aide sociale. Vu son faible revenu, cette personne n’est pas imposée, si bien que son taux marginal d’imposition est nul. Cependant, parce que l’aide sociale accordée diminue (au net) en fonction du revenu de travail, le taux marginal effectif implicite de cette personne ne sera pas nul. En tenant compte de la réduction de l’aide sociale et d’autres mesures de transfert, cette personne fera face à un TMEI de 51.1% (Chaire de recherche en fiscalité et en finances publiques de l’Université de Sherbrooke, 2022c). Ce TMEI signifie qu’un dollar additionnel de revenu gagné se traduira par une taxe implicite de 51.1 sous et donc, une augmentation du revenu disponible de 48.8 sous ($1 - 0.511$). En somme, le TMEI permet d’estimer la croissance du revenu disponible en tenant compte de la vaste majorité des effets qu’ont les programmes publics, calculant l’impôt implicite que ces programmes génèrent.

La question fondamentale de ce document est donc d’évaluer si l’on peut améliorer la structure des TMEI pour améliorer tantôt l’efficacité, tantôt

1. Certains auteurs abrègeront ces taux par TÉMI au lieu de TMEI.

l'équité de l'économie. La théorie que nous nous proposons d'employer n'est pas nouvelle. Elle remonte à James Mirlees (Mirrlees, 1971). Cette théorie fait partie de l'arsenal d'évaluation des régimes fiscaux dans plusieurs juridictions telles que les États-Unis (Heathcote et Tsujiyama, 2021a), la France (D'Au-tume, 2001) et le Royaume-Uni (Adam *et al.*, 2010). À notre connaissance, elle n'a jamais été appliquée au Québec.

Dans les prochaines sections, nous présentons d'abord les concepts importants pour fin d'analyse et de simulation. Nous consacrons une section portant sur les effets combinés de l'impôt, des cotisations obligatoires et des transferts aux personnes. Ensuite, nous présentons comment nous avons établi un cadre de modélisation du comportement des individus face à la taxation. Nous présentons ensuite les résultats d'analyse et concluons finalement avec une synthèse des recommandations robustes.

2 Sommaire méthodologique

2.1 Fondements du modèle de Mirlees

Les travaux de Mirlees quant à l'impôt optimal sur le revenu reposent sur cinq grandes idées. La première en est une de nécessité : elle prend pour acquis que l'État se doit de prélever un montant donné de revenus. La théorie met donc de côté les débats sur la taille de l'État et la nécessité de financer certains programmes publics ou non. La théorie présume que l'État existe, a besoin de revenus et se concentre sur la structure que devrait prendre les taux marginaux effectifs implicites d'imposition.

La seconde est un postulat traditionnel de l'économie classique à l'effet que la taxation influence les décisions sur le marché du travail. Plus on taxe les gens, moins ils seront incités à travailler. La théorie incorpore donc la critique fondamentale associée à la dimension jugée nuisible de l'impôt, à savoir qu'elle peut décourager le travail et ainsi nuire à la création de richesse.

La troisième est que l'État - ou plutôt son gouvernement - peut avoir des postures différentes quant à la redistribution de la richesse. Un gouvernement peut grandement favoriser les personnes à faible revenu, cherchant à réduire les inégalités, ou encore avoir peu de considération pour les inégalités et préférer plutôt la création de richesse (peu importe qui en bénéficie). Une posture spécifique sera représentée par une fonction $G(\cdot)$ ci-dessous. Une modification à cette fonction traduira un gouvernement qui n'accorde pas la

même importance à la redistribution de richesse.

La quatrième idée est que l'État n'observe pas la productivité des travailleurs, mais plutôt les revenus totaux. Cette idée vient avec deux conséquences. La première est que le régime fiscal de l'État ne peut dépendre que du revenu total. Cela implique qu'à revenu identique, une personne qui travaille très peu avec un salaire horaire élevé sera traitée de la même manière qu'une personne qui travaille beaucoup avec un salaire horaire très faible. Sur le plan fiscal, ces deux personnes sont vues de manière équivalente. La seconde conséquence découle de cette équivalence. Si le gouvernement souhaite encourager la productivité, il devra concevoir un régime fiscal de manière à ce qu'il soit toujours dans l'intérêt d'un travailleur de choisir l'emploi qui lui donne les meilleures conditions. On peut montrer que cette condition est équivalente à ce que le revenu disponible augmente en tout point avec le revenu de travail.²

La dernière idée est que la théorie présume que le gouvernement désire faire ce qui est le mieux pour la société *étant donné* ses préférences pour la redistribution. La théorie présume d'un gouvernement bienveillant. Par opposition, cette théorie ne cherche pas à concevoir un régime fiscal qui lui accorde un maximum de votes, plus proche d'une posture d'économie politique, ou encore qui cherche à maximiser le nombre d'emplois, plus proche de certaines postures en macroéconomie. La théorie vise plutôt à ce que les gens soient le plus satisfaits possibles, à l'intérieur bien sûr des arbitrages redistributifs qu'implique un régime fiscal. Cette posture théorique ne reflète pas nécessairement le comportement réel d'un gouvernement (ou de son appareil public), mais cherche plutôt à guider ce dernier.

2.1.1 Formalisation mathématique du modèle de Mirlees

Comme la plupart des théories économiques modernes, ces idées s'encodent dans un modèle mathématique. Soit $F(w)$ la distribution cumulative des salaires horaires d'une économie et $f(w)$ la distribution marginale associée au support $[0, \infty]$. Soit de plus c^* , L^* et $u(c^*, 1 - L^*)$, respectivement les décisions d'achat de consommation d'un individu, d'heures travaillées d'un individu et la satisfaction résultant des choix de cet individu. Finalement, soit $T(wL^*)$ l'impôt demandé à cet individu et B le montant total de revenus qu'un gouvernement doit collecter (correspondant à la charge fis-

2. Cette démonstration est faite à l'Annexe A.

cale d'impôts). Un régime fiscal optimal répondra au système mathématique suivant :

$$\max_T \int_0^\infty G(u(c^*, 1 - L^*)) f(w) dw \text{ sujet à : } \int_0^\infty T(wL^*) - Bf(w) dw \geq 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u(c^*, 1 - L^*)}{\partial w} \geq 0 \quad \forall w$$

Ce programme cherche à maximiser le bien être de la société par choix du régime fiscal $T(\cdot)$. Cette maximisation est assujettie à deux contraintes : d'abord, une contrainte budgétaire à l'effet que les recettes fiscales prélevées doivent couvrir les dépenses fixées par l'État (B). Ensuite, une contrainte d'incitation à la production, c'est-à-dire que la conception du régime fiscal doit être telle que chaque personne travaille au meilleur de sa productivité. Ce qui est à déterminer dans ce problème est la structure de la fonction de taxe $T(\cdot)$ qui répond à cette maximisation. Cette fonction de taxe peut être négative, reflétant des transferts aux individus (à faible revenu), mais sera généralement positive, reflétant les impôts à payer pour un revenu de travail donné. Notre analyse se concentre sur la dérivée de cette fonction ($T'(\cdot)$), soit les TMEI discutés en introduction.

On peut trouver la résolution mathématique complète de ce problème à l'Annexe A. La solution originale revient bien sûr à Mirrlees (1971), puis fut raffinée avec le temps pour maintenant prendre la forme consacrée dans les ouvrages canoniques d'économie publique (Piketty et Saez, 2013).

2.1.2 Impôt optimal sur le revenu

Soit $z \equiv wL$ une variable désignant le revenu de travail d'une personne déclarante.³ Un impôt sur le revenu qui satisfait le problème (1), c'est-à-dire un impôt optimal « à la Mirrlees » satisfera :

$$\frac{T'(z)}{1 - T'(z)} = (1 - R(z)) \frac{1 - F(z)}{zf(z)} \frac{1}{e}, \quad (2)$$

où $(1 - R(z))$ est une mesure de l'aversion du gouvernement pour les inégalités, $F(z)$ et $f(z)$ sont les distributions cumulatives et marginales du revenu total.

3. Notons que la fonction d'utilité des consommateurs mène à une solution unique d'offre de travail. Il y a donc une correspondance unique entre z et w . La convention de la littérature est d'exprimer les distributions en fonction de z , mais de calculer les points fixes en fonction de w .

Finalement, e est la valeur absolue de l'élasticité des heures travaillées par rapport au TMEI et est défini de la façon suivante :

$$e \equiv \frac{1 - T'}{L} \frac{\partial L}{\partial(1 - T')} = - \frac{1 - T'}{L} \frac{\partial L}{\partial T'} \quad (3)$$

La fonction $R(z)$ est liée au choix de la posture gouvernementale $G(\cdot)$ quant aux inégalités. Ce lien est mathématiquement établi à l'Annexe, mais retenons qu'un gouvernement favorisant la redistribution aura des valeurs de $R(\cdot)$ qui sont plus faibles qu'un gouvernement favorisant la création de richesse.

Cette formule montre que le rapport du taux marginal effectif d'imposition au revenu marginal disponible ($T'(z)/(1 - T'(z))$) augmente avec l'aversion aux inégalités, mais aussi avec le nombre de personnes qui ont un revenu supérieur ou égal au taux marginal considéré. Inversement, le ratio diminue avec la valeur de l'assiette fiscale marginale ($zf(z)$) et la propension des individus à éviter de payer la taxe en réduisant leurs heures travaillées (e).

Ce ratio encode donc l'arbitrage entre création de richesse (efficacité) et redistribution de richesse (équité). Le premier terme ($1 - R(z)$) caractérise la volonté du gouvernement à redistribuer la richesse. Plus cette volonté est grande ($1 - R(z)$ élevé), plus les impôts seront élevés, toutes choses étant égales par ailleurs. Le troisième terme encode plutôt comment le régime fiscal devrait tenir compte de l'inefficacité qu'il génère. Plus les individus sont découragés par la taxation (e élevé), moins les impôts seront élevés, toutes choses étant égales par ailleurs. Les autres paramètres relèvent foncièrement de la distribution statistique des déclarants (ou, dit autrement, de l'assiette fiscale).

Pour simuler cette expression, notons que trois dimensions empiriques sont nécessaires : d'abord, il faut une distribution statistique du revenu des déclarants ($f(z)$ et $F(z)$). Ensuite, il nous faut une mesure de l'élasticité du travail par rapport à l'impôt (e) à tout niveau de revenu. Finalement, il faut une mesure de la volonté d'un gouvernement de redistribuer la richesse. Nous détaillons ci-dessous comment chacune de ces composantes sont modélisées et détaillées.

2.2 Statistiques fiscales

Les statistiques fiscales des particuliers sont tirées de l'Enquête Canadienne sur le revenu de Statistique Canada (2016), où les observations sont

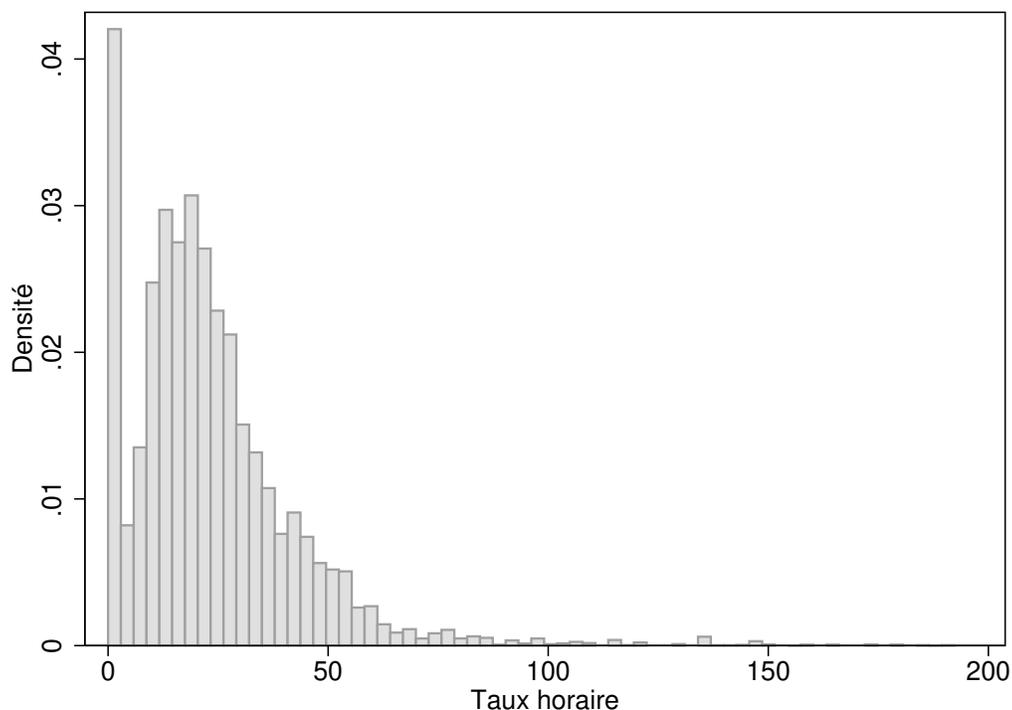


FIGURE 1 – Distribution marginale des salaires horaires

restreintes au Québec. La Figure 1 illustre les distributions marginales des déclarants au Québec en fonction de leur salaire horaire ($f(w)$).

Cette distribution empirique suggère une forme log-normale des revenus, combinée à une probabilité additionnelle fixée pour les salaires nuls ($w = 0$). Conséquemment, nous employons le logarithme du salaire horaire pour identifier deux formes de distribution marginales du (log du) salaire. La première est l’approche semi-paramétrique d’Epanechnikov (1969). La distribution résultante est présentée à la Figure 2. L’autre approche estime une distribution normale sur les mêmes données (Figure 3).

Le choix de la distribution a une conséquence sur la structure optimale des TMEI. Tel que discuté dans la littérature, la fonction log-normale surestime les salaires proches du (log du) salaire moyen et sous-estime les salaires plus élevés ou plus faibles (voir Saez (2001); Mankiw *et al.* (2009b); Heath-

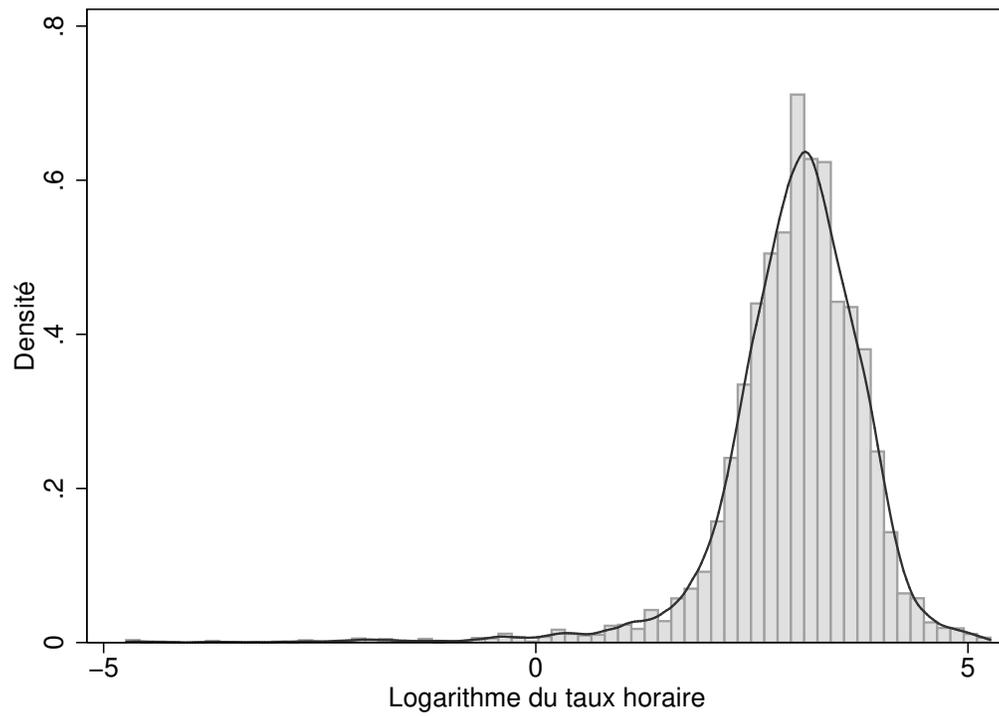


FIGURE 2 – Estimation d'Epanechnikov de la distribution du logarithme du salaire horaire

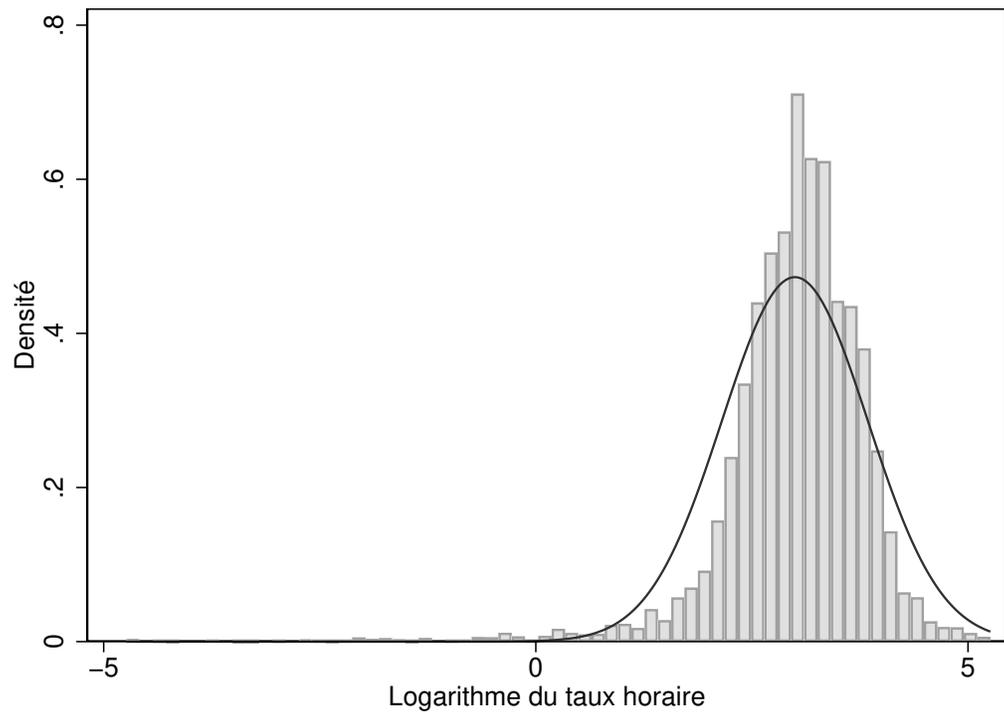


FIGURE 3 – Distribution normale estimée du logarithme du salaire horaire

cote et Tsujiyama (2021b)). On peut également le voir à la Figure 3, où la courbe estimée est supérieure aux données réelles quand le (log du) salaire horaire est compris entre zéro et cinq. Nous verrons que la conséquence d’une telle distribution est de générer des taux d’imposition plus faibles en haut de la distribution du revenu. L’approche par noyau d’Epanechnikov épouse mieux les données réelles, évitant cet écueil. Cependant, cette estimation de la distribution est moins régulière et génère des TMEI optimaux qui sont irréguliers.⁴

Nous présenterons les simulations de TMEI optimaux en suivant tantôt la distribution estimée par noyau d’Epanechnikov, tantôt par distribution log-normale. Ces distributions étant conceptualisées en logarithme du taux horaire, elles ne fournissent pas de probabilité d’observer un salaire horaire nul. Suivant la pratique dans la littérature, nous complétons ces distributions par l’ajout d’une proportion d’individus à salaire horaire nul en s’appuyant sur la distribution originale des salaires horaires (Figure 1). Sur la base des données québécoises, cette proportion est établie à cinq pour cent (Statistique Canada, 2016).

2.3 Préférences gouvernementales pour la redistribution

Plutôt que d’adopter une posture unique de préférences gouvernementales pour la redistribution de la richesse, nous employons deux fonctions $G(\cdot)$ qui reflètent les extrêmes d’un continuum, soit une fonction utilitariste et une fonction rawlsienne. La fonction utilitariste accorde peu d’importance à la distribution de la satisfaction dans l’économie alors que la fonction rawlsienne n’accorde de l’importance qu’à la satisfaction de la personne la moins privilégiée dans l’économie. La seconde fonction représente donc une posture beaucoup plus redistributive que la première.

$$\int_0^\infty G(u)f(w)dw = \int_0^\infty uf(w)dw, \quad (\text{Utilitariste})$$

$$\int_0^\infty G(u)f(w)dw = \min_u u. \quad (\text{Rawlsienne})$$

4. Une autre approche de la littérature, que nous n’employons pas ici, consiste à approximer les salaires horaires très élevés par l’estimation d’une distribution de Pareto. Voir Mankiw *et al.* (2009b) pour les implications.

2.4 Modélisation comportementale des travailleurs

Nous employons une modélisation théorique du comportement des travailleurs pour déduire une mesure de l'élasticité en fonction du revenu.⁵ Basé sur la littérature visant l'estimation pratique de (2), nous employons la forme :

$$u(c, 1 - L) = \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1 - \gamma} - \epsilon \frac{L^{1+k}}{1 + k} \quad (4)$$

Le paramètre ϵ représente l'intensité de la désutilité du travail. Cependant, il n'a aucune incidence sur la structure des TMEI, si bien que sa calibration n'a aucune importance. Suivant la littérature, nous fixons $k = 2$ et étudions les TMEI pour des valeurs de $\gamma \in \{0.71, 1, 1.002, 1.01, 1.5\}$.

Le paramètre γ est relativement important, car il influence grandement la grandeur des TMEI quand un gouvernement a une préférence affichée pour la création de richesse. Pour départager les implications des simulations présentées ci-dessous, c'est le paramètre pour lequel une estimation empirique québécoise robuste serait le plus utile.

Combinée à une contrainte budgétaire ($wL - T(wl) \geq c$), la modélisation comportementale des travailleurs se résume à un problème usuel de maximisation de l'utilité dont la condition de premier ordre est donnée par :

$$(1 - T')w = \epsilon c^\gamma L^k, \quad (5)$$

où $T'(\cdot)$ est le TMEI et w est le taux horaire. Cette condition dicte implicitement une offre de travail L^* en fonction de l'environnement économique (T', w) et des paramètres comportementaux (ϵ, γ, k) des travailleurs.

2.5 TMEI réels

Les spécifications présentées ci-dessous permettent de simuler les TMEI optimaux pour les travailleurs du Québec en fonction de la distribution des particuliers et des paramètres comportementaux retenus. Pour fin d'évaluation, les TMEI réels sont cependant nécessaires. Nous employons les travaux de la Chaire de recherche en fiscalité et en finances publiques de l'Université de Sherbrooke (2022c) comme mesure des TMEI. Ces taux sont estimés par

5. Cette section s'appuie en partie sur le mémoire de maîtrise de Judelin Michel-Ducatel.

tranche de salaire de 1,000 \$ pour chaque mesure fiscale et programme de transfert.

Les mesures fiscales sont présentées séparément à la Figure 4⁶. Leur effet net est représenté par un trait noir plein dans la Figure, mais est aussi présenté à la Figure 5 pour fin de clarté. On peut constater que pour les personnes à faible revenu (< 20 000 \$), ce qui dicte la structure du TMEI est la structure de l'aide sociale, augmentant le TMEI, mais atténué par la prime au travail et l'allocation canadienne pour travailleur. Entre 20,000 \$ et 30,000 \$, le TMEI diminue drastiquement. Il est avant tout structuré par la fin de la prime au travail et les cotisations à la Régie des rentes, tous les deux augmentant le TMEI, et le bouclier fiscal⁷, diminuant le TMEI.

Passé le revenu de 30 000 \$, le TMEI affiche une augmentation fulgurante jusqu'à 42 000 \$, atteignant 86 %, puis continue d'augmenter plus lentement jusqu'à 48 000 \$ jusqu'à son maximum d'environ 90 %. Cette augmentation importante est l'effet combiné de plusieurs mesures. D'abord, l'effet de l'impôt fédéral et provincial sur le revenu. Ensuite, la fin de mesures d'aide destinées aux personnes à faible revenu, telle que la fin de la pleine admissibilité à l'allocation canadienne pour enfant et l'allocation canadienne pour travailleur. De même, les cotisations à l'assurance médicament contribue à augmenter le TMEI dans cette plage de revenu. Le bouclier fiscal contribue à atténuer la hausse importante du TMEI dans cette région.

Au delà de la plage de revenu de 48 000 \$, ce sont principalement les impôts, provincial et fédéral combinés, qui déterminent la structure des TMEI. On notera également l'allocation canadienne pour enfant, qui contribue également à son augmentation.

2.5.1 Considérations méthodologiques pour fin de simulation

Pour fin de simulation, nous discrétisons l'espace du salaire horaire en mille points, partant de $w = 0.01$ à $w = 150$. Les intervalles entre les salaires horaires sont donc de $\Delta = 0.15$.⁸ Cette distribution de salaires horaires

6. Pour une description détaillée des mesures fiscales, le lecteur peut consulter les travaux de la Chaire de recherche en fiscalité et en finances publiques de l'Université de Sherbrooke (2022b)

7. Le bouclier fiscal est un crédit d'impôt remboursable permettant de combler en partie la perte de la prime au travail et du crédit pour frais de garde d'enfants suite à une augmentation du revenu du ménage (Chaire de recherche en fiscalité et en finances publiques de l'Université de Sherbrooke, 2022a).

8. À l'exception du premier intervalle qui est de 0.14.

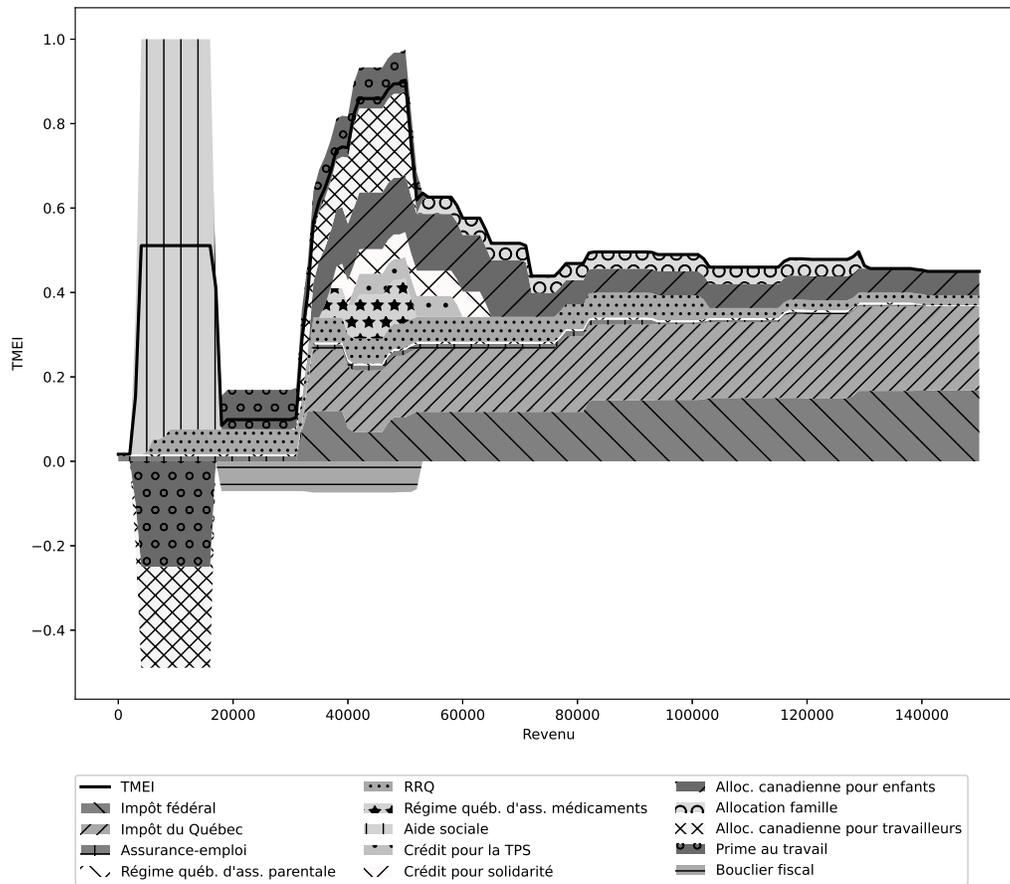


FIGURE 4 – Taux marginaux effectifs d'imposition (Chaire de recherche en fiscalité et en finances publiques de l'Université de Sherbrooke, 2022c)

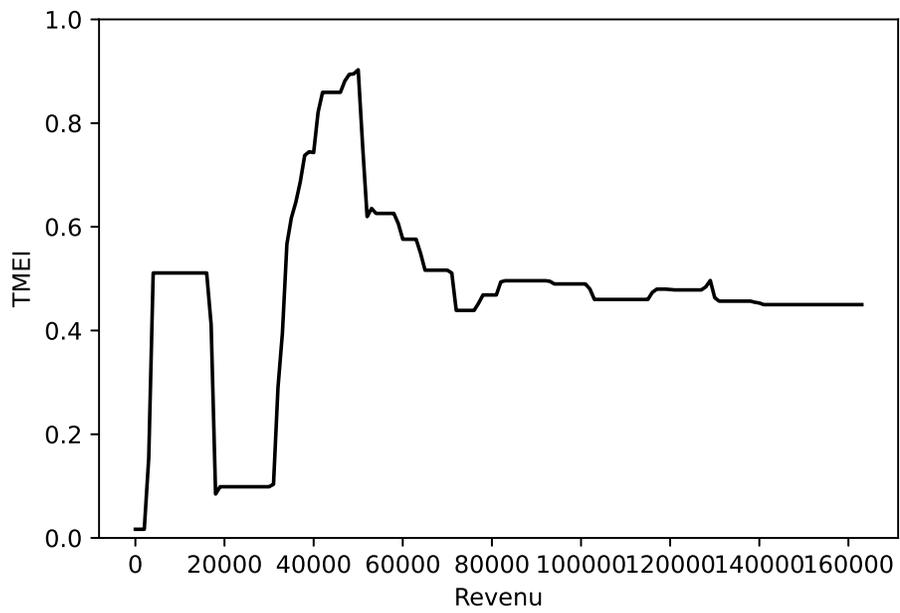


FIGURE 5 – Taux marginaux effectifs d'imposition (Chaire de recherche en fiscalité et en finances publiques de l'Université de Sherbrooke, 2022c)

génère un intervalle de salaires variant entre 0 \$ et 250,000 \$.

Une conséquence immédiate de la discrétisation des salaires est de générer des TMEI qui s'approchent de zéro pour les salaires élevés. Notons qu'une conséquence immédiate de l'équation (2) est que le TMEI tend vers zéro quand le salaire devient arbitrairement élevé ($\lim_{z \rightarrow \infty} T'(z) = 0$). En effet, le terme $1 - F(z)$ est égal à zéro à la « fin » de la distribution. Dans la conception originale de Mirlees, le support de la distribution salariale se rend à l'infini. Conséquemment, les TMEI sont nuls uniquement lorsque les salaires sont « infinis ». Ainsi, la limite théorique de la distribution salariale a peu d'incidence pratique sur les TMEI.

Cependant, une simulation requiert de travailler sur un horizon de salaires fini qui est implicitement dicté par les déclarations fiscales observées, ce qui veut dire que les TMEI se rapprochent de zéro au delà d'un certain seuil où très peu de déclarations sont observées. Conséquemment, toute simulation génère des TMEI arbitrairement faibles quand les salaires sont élevés et que peu de déclarants sont observés. Retenons ainsi que passé un certain seuil (ci-dessous 150,000 \$), les résultats de simulations sont davantage un artefact de la discrétisation de la distribution salariale qu'une propriété des TMEI optimaux.⁹

Pour fins de simulations, la déclinaison discrétisée la plus pratique de l'équation (2) prend la forme :

$$\frac{T'_i}{1 - T'_i} = (1 + k) \frac{-\phi(w_i)}{\lambda} c_i^{*\gamma} \frac{\Delta}{w_i f(w_i)}, \quad \forall i \quad (6)$$

avec :

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^{1000} G'(u_i^*) f(w_i)}{\sum_{i=1}^{1000} c_i^{*\gamma} f(w_i)}, \quad (7)$$

$$-\frac{\phi(w_i)}{\lambda} = \sum_{j=i}^{1000} \left(c_j^{*\gamma} - \frac{G'(u_j^*)}{\lambda} \right) f(w_j) \quad \forall i. \quad (8)$$

Cette formulation est détaillée à la section A.1 de l'annexe. Les termes $\phi(w_i)$ et λ représentent une version plus technique du problème et correspondent

9. Des statistiques sur les déclarations fiscales des particuliers à haut revenu, permettant de reproduire une distribution plus détaillée des déclarants, permettrait d'atténuer cet écueil.

respectivement aux multiplicateurs associés aux contraintes de compatibilité et budgétaire du Hamiltonien permettant de résoudre le problème (1).

En notant $-\phi(w_i)/(\lambda(1 - F(w_i))) \equiv (1 - R(w_i))$ et en réalisant que $e = 1/((1 + k)c_i^\gamma)$, on peut retrouver la formulation de l'équation (2).

Le vecteur $[T'_0, T'_1, \dots, T'_n]$ caractérisant la solution aux équations, (6 à 8) sont approchées par itérations successives (méthode du point fixe). On débute avec des taux marginaux arbitraires, ce qui permet d'estimer les différents paramètres qui dépendent de l'offre de travail optimale (5). Ces paramètres permettent alors de calculer le côté gauche de (6), ce qui permet d'identifier une première approximation. Il faut alors répéter cette démarche jusqu'à ce que les taux identifiés deviennent arbitrairement proches l'un de l'autre. Contrairement à la résolution du problème original (1), cette approche est documentée comme étant plus rapide. À 1000 points de salaire, une simulation prend environ trente minutes sur un ordinateur de bureau.

3 Résultats

3.1 Distribution d'Epanechnikov

Nous présentons à la Figure 6 la première série de résultats de notre simulation. Ces résultats emploient l'estimation d'Epanechnikov du (log du) salaire horaire et présentent les TMEI optimaux pour la posture redistributive utilitariste et rawlsienne. Dans le cas de la posture utilitariste, les TMEI optimaux sont présentés pour différentes valeurs d'efficience à laquelle la consommation augmente la satisfaction des travailleurs (γ - gamma - dans l'équation 4). Numériquement, ce paramètre affecte peu les TMEI lorsque le gouvernement endosse une posture redistributive rawlsienne, si bien que nous ne présentons qu'une seule courbe (« Rawlsienne - gamma = 1.01 »). La courbe des TMEI réelle (« Réel ») est présentée en toile de fond pour fin de comparaison.

Ces simulations révèlent plusieurs constats. Notons qu'indépendamment de la paramétrisation du comportement des travailleurs, les TMEI optimaux ont une structure similaire. Dans un premier temps, on note un TMEI élevé pour des revenus très faibles, mais accompagné d'une diminution importante dès que les revenus de travail augmentent. Dans un deuxième temps, on constate un changement de tendance, où les TMEI adoptent une forme convexe (en « U »). Pour la posture redistributive utilitariste, ce changement

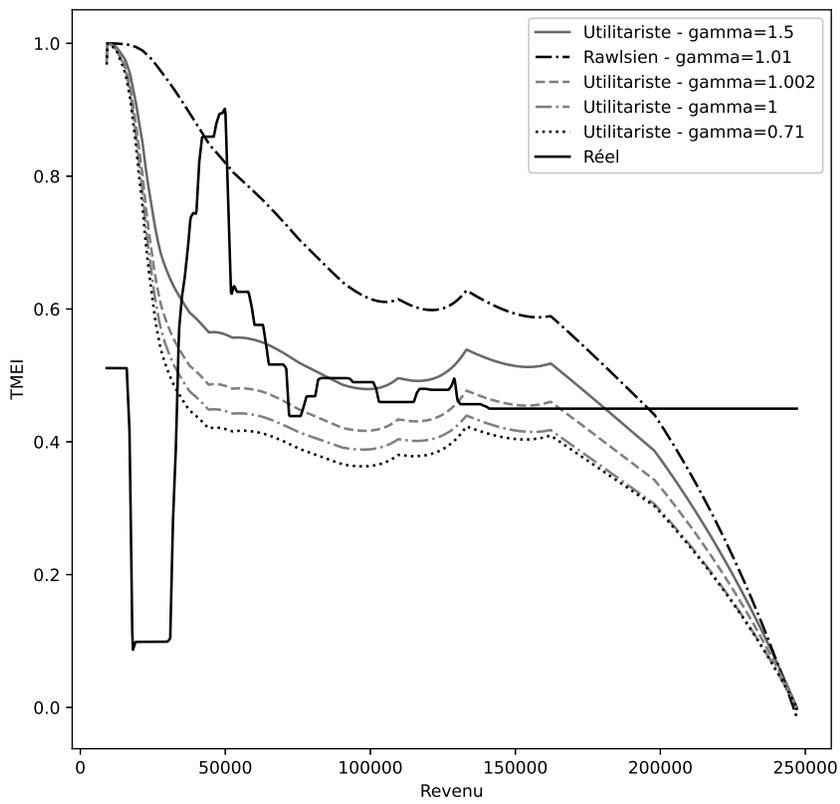


FIGURE 6 – TMEI optimaux (Estimation d'Epanechnikov)

de tendance s'observe sur la plage de revenu comprise entre 50 000 \$ et 150 000 \$, alors que pour la posture rawlsienne, ce changement de tendance s'observe entre 100 000 \$ et 150 000 \$. Puis, passé ce seuil de revenu, le TMEI a tendance à diminuer rapidement pour tendre vers zéro. Rappelons qu'au delà de 150 000 \$, ce résultat est un artefact d'une simulation sur un nombre fini de revenus.

Il peut sembler paradoxal de voir un TMEI si élevé pour les personnes à faible revenu. Rappelons que cette courbe traduit l'effet combiné de l'ensemble des programmes publics sur le revenu. La fonction $T(\cdot)$ (non-affichée) est négative sur cet intervalle, faisant office de transferts aux personnes. Conséquemment, la Figure communique l'idée que les transferts d'aide sociale devraient diminuer avec le revenu de travail. Cette diminution devraient cependant être de moins en moins importante, au fur et à mesure que les revenus augmentent, fournissant, de fait, des incitatifs à travailler. La structure des TMEI optimaux suggère ainsi d'éviter des taux sous forme de plateaux, mais plutôt d'augmenter la générosité des primes au travail lorsque les personnes commencent à gagner davantage de revenu. Alternativement, les TMEI optimaux suggèrent de réduire les pénalités de l'aide sociale au fur et à mesure que les revenus de travail augmentent, évitant ce qui est communément appelé une « trappe à pauvreté ».

On remarquera également que la structure des TMEI est parsemée d'irrégularités qui ne rendent la fonction lisse que par plages de revenus.¹⁰ Ce résultat est tributaire de l'estimation d'Epanechnikov, qui estime la distribution des déclarants avec des irrégularités similaires. Si cette distribution était lisse, ces irrégularités seraient absentes. Nous verrons dans le deuxième jeu de simulations que ces irrégularités disparaissent parce que la distribution log-normale est justement lisse.¹¹

On notera également que dans une perspective utilitariste de la redistribution, les variations du paramètre γ sont cruciales pour nous informer de l'efficience des taux marginaux d'imposition réels pour les personnes à revenu élevé (voire pour la majorité des gens si γ est inférieur à 1). Pour des valeurs faibles du paramètre, les simulations suggèrent que les taux marginaux d'imposition devraient être réduits pour les personnes à revenu élevé. Inversement, pour des valeurs plus élevées, les taux marginaux d'imposition devraient augmenter sur l'ensemble des revenus supérieurs à 40 000 \$.

10. Formellement, elle n'est différentiable que par parties.

11. La distribution marginale est différentiable en tout point.

La perspective rawlsienne de redistribution détonne de la perspective utilitariste par une augmentation générale et soutenue des TMEI et ce, pour l'ensemble de la plage de revenu. La structure générale des TMEI (descente rapide, convexité, puis stabilisation) demeure cependant similaire à la perspective utilitariste. On retiendra cependant un plus grand usage de l'impôt. La théorie ne dit bien sûr rien de la popularité d'une telle approche, mais illustre surtout la marge de manoeuvre à l'usage d'impôts plus élevés tout en minimisant les effets indésirables sur le travail.

Si on revient à la perspective utilitariste de la redistribution de la richesse, le constat le plus robuste à l'ensemble des simulations est que les TMEI devraient être réduits dans la plage entre 30 000 \$ et 55 000 \$, éliminant de fait l'augmentation réelle. Une réforme à coût nul impliquerait, par exemple, une augmentation du bouclier fiscal dans cette plage de revenu, compensée par une augmentation des taux marginaux chez les revenus plus élevés.

3.2 Distribution log-normale

Nous présentons à la Figure 7 les résultats d'une simulation qui prend cette fois la distribution log-normale des déclarants (Figure 3). Rappelons que cette distribution a pour effet de surestimer la prépondérance des déclarants autour de la moyenne.¹² Les simulations sont faites avec les mêmes valeurs de paramètres qu'à la section précédente.

Si les taux marginaux élevés chez les plus faibles revenus, signalant des transferts de revenus importants, se retrouvent également dans cette simulation, on peut noter plusieurs différences avec les simulations précédentes. Dans un premier temps, notons que la courbe convexe se situant entre 50 000 \$ et 100 000 \$ est disparue. Notons de plus que la courbe simulée est lisse, sans aspérités, reflétant l'usage d'une distribution qui est elle-même lisse. Finalement, notons également que, parce que la distribution surestime le nombre de déclarants entre 100 000 \$ et 150 000 \$, les TMEI sont simulés systématiquement plus élevés que le réel, comparativement à la simulation précédente. On notera cependant la même conclusion à l'égard des TMEI réels se situant entre 30 000 \$ et 55 000 \$ à l'effet qu'ils sont plus élevés que ce qui est efficient.

12. Formellement, elle surestime la proportion de déclarants à l'intérieur de deux écarts-types autour de la moyenne.

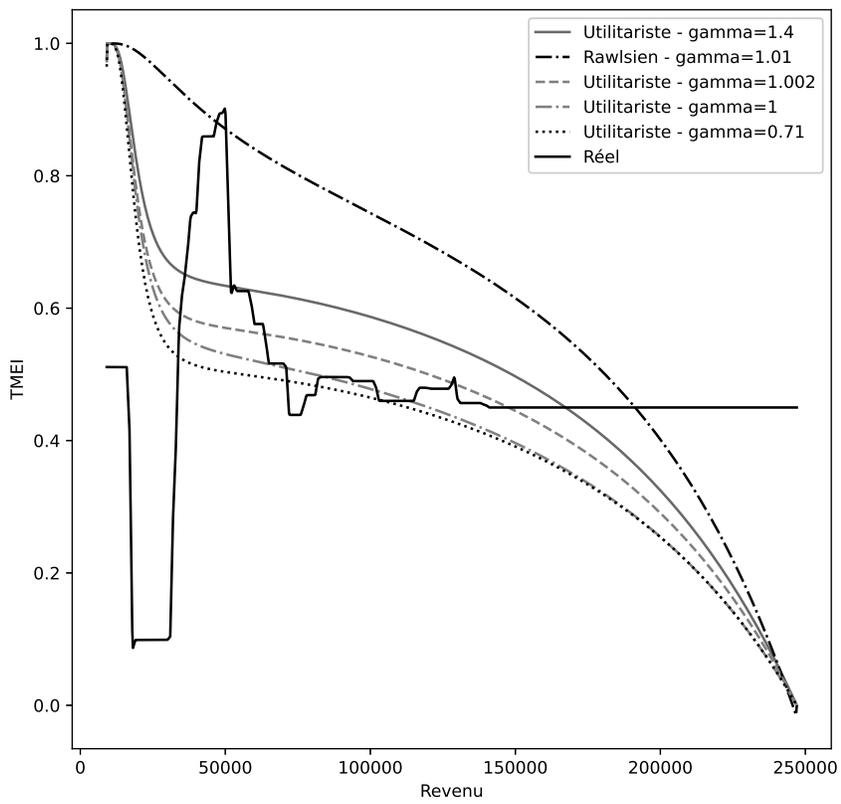


FIGURE 7 – TMEI optimaux (estimation log-normale)

4 Discussion et recommandations

En introduction, nous avons précisé que nous employons une version restreinte de la théorie de la taxation optimale pour étudier l'impôt sur le revenu. Nous soulignons ici, les dimensions de nos résultats qui sont moins robustes à l'égard de versions plus générales de la théorie. Nous soulignons également quelques dimensions empiriques importantes qui permettraient de raffiner les résultats que nous avons présentés.

Dans un premier temps, notons que la théorie présume que des variations *marginales* de taux de taxe n'entraîneront que des variations marginales des heures travaillées (encodées dans l'équation 2). *A contrario*, elle ne présume d'aucune entrée ou sortie du marché du travail. Or, des travaux suggèrent que la décision d'entrer ou de sortir du marché du travail peut être conditionnée par des taux moyens de taxation élevée dans les plages à faible revenu (Chetty et Saez, 2013; Lemieux et Milligan, 2008). À titre d'exemple, une personne recevant des prestations d'aide sociale évalue peut-être davantage si elle devrait travailler un nombre d'heures fixes ou encore rester en dehors du marché du travail, par opposition à une augmentation marginale des heures consacrées au travail. Si tel est le cas, les travaux de Saez suggèrent qu'une réduction importante des taux marginaux d'imposition chez les plus faibles revenus, comparativement aux simulations « à la Mirlees », sont efficaces.

Dans un deuxième temps, notons également que les récents travaux de Heathcote et Tsujiyama (2021a) suggèrent une différence importante à l'égard des TMEI optimaux en fonction du nombre de points utilisés pour représenter la distribution salariale au bas de la distribution. Bien qu'encore en cours d'évaluation pour fins de publication, leurs travaux suggèrent que le nombre de salaires employés pour fin de simulation influence la distribution des TMEI optimaux chez les faibles revenus. Leur recommandation est d'employer entre 1000 et 10 000 salaires pour reproduire la distribution. Comme nous employons une distribution de 1000 salaires, une augmentation du nombre de points (et du temps requis pour une simulation) pourrait influencer la structure des taux optimaux dans cette plage de revenu.

Combinés, ces deux éléments nous amènent à dire que les simulations avancées pour les faibles revenus, quoique similaires à des simulations dans d'autres juridictions (Saez, 2001; Mankiw *et al.*, 2009b), mériteraient un second examen à l'égard de ces considérations avant de conclure de manière définitive quant à l'ampleur des taux marginaux effectifs implicites.

Sur le plan empirique, deux éléments permettraient d'améliorer les si-

mulations que nous présentons. Dans un premier temps, des estimations québécoises du paramètre γ seraient les bienvenues. Formellement, ce paramètre reflète le degré de concavité quant à la conversion de la consommation en utilité, mais reflète aussi la décision optimale des travailleurs, une mesure de la différence entre l'élasticité de l'offre de travail par rapport à des transferts gouvernementaux (ϵ_T^L) et l'élasticité de la consommation par rapport à ces transferts (ϵ_T^C).¹³ La valeur de ce paramètre permettrait de mieux baliser l'efficacité d'une augmentation des taux marginaux d'imposition chez les plus riches, même dans une perspective redistributive utilitariste.

Dans un deuxième temps, une simulation à partir de la distribution réelle des déclarants, plutôt que celles tirées de l'Enquête canadienne sur le revenu, permettrait de fournir une meilleure estimation des TMEI chez les haut revenus.

Finalement, précisons l'évidence : l'approche théorique de Mirlees ne se concentre que sur l'impôt sur le revenu. Elle nous renseigne très peu sur le dosage fiscal entre l'impôt et d'autres taxes. Retenons cependant que des travaux théoriques montrent que la structure des TMEI optimaux n'est pas modifiée en ajoutant une taxe optimale à la consommation (Jacobs et Boadway, 2014). Conséquemment, la question de l'apport d'une taxe (optimale) à la consommation relève davantage des *niveaux* d'imposition (la hauteur des courbes) que de leur structure.

Signalons finalement que la conclusion la plus robuste, tenant compte de l'ensemble de ces limitations, est associée à la diminution des TMEI dans la plage de revenu comprise entre 30 000 \$ et 55 000 \$. Cette conclusion demeure peu affectée par les limitations évoquées ci-dessus.

Plusieurs options permettraient de diminuer les TMEI dans cette plage de revenu. Une première approche consiste à augmenter la générosité du bouclier fiscal dans cette plage. Une autre approche serait d'étendre la générosité de l'Allocation canadienne pour enfants ou de l'Allocation canadienne pour travailleurs, ou encore de la prime au travail. Bien sûr, modifier la politique fiscale fédérale (les deux allocations canadiennes) mériterait peut-être un examen pan-canadien avant d'envisager une réforme. Conséquemment, une modification aux composantes « québécoises » serait plus facile à mettre en oeuvre.

13. On peut montrer que $0 = \gamma\epsilon_T^C + k\epsilon_T^L$, ce qui pourrait constituer une forme d'identification empirique des paramètres γ et k .

5 Conclusion

La théorie de la taxation optimale cherche à déterminer une structure efficiente du régime fiscal. Par rapport aux débats usuels sur la fiscalité, cette théorie encode les deux fondements normatifs les plus importants soit, à quel point un régime fiscal devrait redistribuer la richesse, et sa capacité à créer de la richesse.

Nos travaux ont permis de simuler la structure des taux marginaux effectifs implicites, c'est-à-dire la structure des politiques publiques combinées qui influencent le revenu disponible. Ainsi, bien que les impôts sur le revenu soient nuls pour les personnes à faible revenu, le caractère progressif de certaines mesures de soutien au revenu (e.g. aide sociale, prêts et bourses, etc.) fait en sorte que les taux marginaux effectifs implicites ne sont pas égaux à zéro.

Une conclusion robuste qui se dégage de ces simulations est une réduction de ces taux marginaux pour les personnes ayant un revenu déclaré entre 30 000 \$ et 55 000 \$. Nous avons également discuté de considérations empiriques et théoriques additionnelles qui permettraient de renforcer la robustesse d'autres recommandations qui se dégagent de ces simulations. En particulier, une plus grande granularité des simulations présentées et de meilleures statistiques de déclarations fiscales permettraient de renforcer les conclusions à la fois dans les plages de revenu plus élevées et plus faibles.

Références

ADAM, S., BROWNE, J. et HEADY, C. (2010). Taxation in the UK. *In Dimensions of Tax Design*, pages 1–89. Oxford University Press. <https://ifs.org.uk/publications/7184>.

CHAIRE DE RECHERCHE EN FISCALITÉ ET EN FINANCES PUBLIQUES DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (2022a). Crédit d'impôt mettant en place un bouclier fiscal. Page web. <https://cfff.recherche.usherbrooke.ca/outils-ressources/guide-mesures-fiscales/credit-impot-bouclier-fiscal/>.

CHAIRE DE RECHERCHE EN FISCALITÉ ET EN FINANCES PUBLIQUES DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (2022b). Guide des mesures fiscales. Page

web. <https://cftp.recherche.usherbrooke.ca/outils-ressources/guide-mesures-fiscales/>.

CHAIRE DE RECHERCHE EN FISCALITÉ ET EN FINANCES PUBLIQUES DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (2022c). Taux effectif marginal d'imposition. Page web. <https://cftp.recherche.usherbrooke.ca/outils-ressources/temi/>.

CHETTY, R. et SAEZ, E. (2013). Teaching the Tax Code : Earnings Responses to an Experiment with EITC Recipients. *American Economic Journal : Applied Economics*, 5(1):1–31. <http://dx.doi.org/10.1257/app.5.1.1>.

D'AUTUME, A. (2001). L'imposition optimale du revenu : une application au cas français. *Revue française d'économie*, 15(3):3–63. https://www.persee.fr/doc/rfec0_0769-0479_2001_num_15_3_1495.

EPANECHNIKOV, V. (1969). Non-Parametric Estimation of a Multivariate Probability Density. *Theory of Probability Its Applications*, 14(1):153–158. <https://doi.org/10.1137/1114019>.

HEATHCOTE, J. et TSUJIYAMA, H. (2021a). Optimal Income Taxation : Mirrlees Meets Ramsey. *Journal of Political Economy*, 129(11): 3141–3184. <https://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/715851?af=R>.

HEATHCOTE, J. et TSUJIYAMA, H. (2021b). Practical Optimal Income Taxation. Cahier de recherche. https://www.researchgate.net/publication/353589310_Practical_Optimal_Income_Taxation.

JACOBS, B. et BOADWAY, R. (2014). Optimal linear commodity taxation under optimal non-linear income taxation. *Journal of Public Economics*, 117:201–210. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0047272714000942>.

LEMIEUX, T. et MILLIGAN, K. (2008). Incentive effects of social assistance : A regression discontinuity approach. *Journal of Econometrics*, 142(2):807–828. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304407607001182>.

- MANKIW, N. G., WEINZIERL, M. et YAGAN, D. (2009a). Documentation of Simulations in ‘Optimal Taxation in Theory and Practice’. https://eml.berkeley.edu/~yagan/MWY_appx.pdf.
- MANKIW, N. G., WEINZIERL, M. et YAGAN, D. (2009b). Optimal taxation in theory and practice. *Journal of Economic Perspectives*, 23(4):147–174. <https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/jep.23.4.147>.
- MIRRELES, J. (1971). An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation. *The Review of Economic Studies*, 38(2):175–208. <https://www.jstor.org/stable/2296779>.
- MURRAY, R. M. (2009). Optimization-Based Control. Rapport technique, California Institute of Technology. http://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM08/pdf/obc09-obc09_03Mar09.pdf.
- PIKETTY, T. et SAEZ, E. (2013). Optimal labor income taxation dans *Handbook of public economics*. volume 5, chapitre 7, pages 391–474. Elsevier. Éditeurs : Alan J. Auerbach et Raj Chetty et Martin Feldstein et Emmanuel Saez. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780444537591000078>.
- SAEZ, E. (2001). Using Elasticities to Derive Optimal Income Tax Rates. *The Review of Economic Studies*, 68(1):205–229. <https://academic.oup.com/restud/article-abstract/68/1/205/1568609?redirectedFrom=fulltext>.
- STATISTIQUE CANADA (2016). Enquête canadienne sur le revenu (2016). Page web. https://www23.statcan.gc.ca/imdb/p2SV_f.pl?Function=getSurvey&Id=333414.

A Dérivations mathématiques pour fin de simulation

Reprenant la notation dans le texte principal, la contrainte budgétaire du gouvernement est donnée par :

$$\int_0^{\infty} T(wL^*)f(w)dw \geq B. \quad (9)$$

La fonction objective du gouvernement est donnée par :

$$\int_0^\infty G(u^*)f(w)dw, \quad (10)$$

où $u^* \equiv u(c^*(T, T', w), L^*(T, T', w))$ désigne l'utilité indirecte du travailleur. La contrainte de compatibilité du gouvernement implique que le régime fiscal devrait toujours inciter à travailler en fonction de son salaire horaire maximal :

$$u^*(T, T', w_2) > u^*(T, T', w_1) \quad \forall w_2 > w_1. \quad (11)$$

De par l'utilité qui est croissante en w , cette infinité de contrainte peut se réduire à une seule. Il suffit que cette condition soit vraie pour toute variation marginale de salaire. Ces conditions deviennent :

$$\left(\underbrace{\frac{\partial u^*}{\partial c}(1 - T')w + \frac{\partial u^*}{\partial L}}_{=0} \right) \frac{\partial L^*}{\partial w} + \frac{\partial u^*}{\partial c}(1 - T')L^* > 0. \quad (12)$$

La condition de premier ordre du travailleur implique que le terme entre parenthèse est nul (théorème de l'enveloppe). La contrainte de compatibilité se traduit donc par :

$$(c^*)^{-\gamma}(1 - T')L^* > 0. \quad (13)$$

Notez que pour les solutions intérieures, cette condition est strictement équivalente à $1 - T' > 0$, c'est-à-dire que le taux marginal effectif implicite (TMEI) de tout travailleur doit en tout temps être inférieur à 1.

En tenant compte de la contrainte budgétaire et de la contrainte de compatibilité, le problème du gouvernement est donné par :

$$\max_T \int_0^\infty G(u^*)f(w)dw \text{ sujet à : } \int_0^\infty [T(wL^*) - B] f(w)dw \geq 0, \\ (c^*)^{-\gamma}(1 - T')L^* > 0 \quad \forall L^*. \quad (14)$$

L'idée est de réécrire ce problème pour qu'on puisse le traiter sous forme de problème de contrôle optimal en fonction de u^* , une variable d'état, et de L^* , une variable de contrôle. La première étape consiste à éliminer c^* du

problème du gouvernement. Notons que par la représentation de la fonction d'utilité, on peut trouver que :

$$c^* = \left((1 + \gamma) \left(u^* + \epsilon \frac{L^{1+k}}{1+k} \right) \right)^{\frac{1}{1+\gamma}}. \quad (15)$$

On peut ainsi réécrire la contrainte budgétaire pour éliminer $T(wL^*)$ et c^* :

$$\begin{aligned} \int_0^\infty [T(wL^*) - B] f(w) dw &= \int_0^\infty [wL^* - c^* - B] f(w) dw, \\ &= \int_0^\infty \left[wL^* - \left((1 + \gamma) \left(u^* + \epsilon \frac{L^{1+k}}{1+k} \right) \right)^{\frac{1}{1+\gamma}} - B \right] f(w) dw. \end{aligned} \quad (16)$$

Similairement, on peut utiliser la condition de premier ordre du travailleur pour substituer T' et c^* dans la contrainte de compatibilité :

$$c^{*\gamma} (1 - T') L^* = \epsilon L^{*1+k}. \quad (17)$$

Conséquemment, le problème du gouvernement peut se réécrire par :

$$\max_{u^*, L^*} \int_0^\infty G(u^*) f(w) dw \text{ sujet à : } \int_0^\infty \left[wL^* - \left((1 + \gamma) \left(u^* + \epsilon \frac{L^{1+k}}{1+k} \right) \right)^{\frac{1}{1+\gamma}} - B \right] f(w) dw \geq 0$$

$$\epsilon L^{*1+k} > 0 \quad \forall w \quad (18)$$

où L^* est une variable de contrôle et u^* est une variable d'état déterminée implicitement par la contrainte de premier ordre du travailleur. Soit λ et $\phi(w)$, les multiplicateurs associés au Hamiltonien de ce problème :

$$H \equiv G(u^*) f(w) + \lambda \left[wL^* - \left((1 + \gamma) \left(u^* + \epsilon \frac{L^{1+k}}{1+k} \right) \right)^{\frac{1}{1+\gamma}} - B \right] f(w) + \phi(w) \epsilon L^{*1+k}. \quad (19)$$

La solution au Hamiltonien est donnée par les conditions suivantes (Murray, 2009) :

$$\frac{\partial H}{\partial L^*} = 0, \quad \frac{\partial H}{\partial u^*} = -\frac{\partial \phi(w)}{\partial w}, \quad (20)$$

accompagné des conditions transversales :

$$\phi(0) = 0, \quad \lim_{w \rightarrow \infty} \phi(w) = 0. \quad (21)$$

Les deux premières conditions fournissent les expressions :

$$0 = \lambda [w - \epsilon L^{*k} c^{*\gamma}] f(w) + \phi(w)(1 + k)\epsilon L^{*k} \quad (22)$$

$$-\frac{\partial \phi(w)}{\partial w} = G'(u^*)f(w) - \lambda c^{*\gamma} f(w) \quad (23)$$

En intégrant (23) de zéro jusqu'à l'infini et en évaluant les conditions de transversalité, on obtient :

$$\lambda = \frac{\int_0^\infty G'(u^*)f(w)dw}{\int_0^\infty c^{*\gamma} f(w)dw} \quad (24)$$

Intuitivement, le coefficient λ mesure le coût économique d'augmenter l'utilité totale. Le numérateur mesure l'utilité marginale de la société, pondérée par la fonction de redistribution du gouvernement. Le dénominateur sert à établir cette mesure en termes de coût marginal total de l'utilité, soit la mesure de la consommation totale.

Similairement, en intégrant (23) de w jusqu'à l'infini, on obtient :

$$\begin{aligned} \int_w^\infty \frac{\partial \phi(n)}{\partial n} dn &= \int_w^\infty [\lambda c^{*\gamma} - G'(u^*)] f(n) dn. \\ \Rightarrow -\frac{\phi(w)}{\lambda} &= \int_w^\infty \left[c^{*\gamma} - \frac{G'(u^*)}{\lambda} \right] f(n) dn. \end{aligned} \quad (25)$$

Intuitivement, le coefficient $\phi(w)$ mesure le coût économique de la contrainte de compatibilité. Le côté droit de l'expression mesure le bénéfice marginal de l'utilité sociale en dessous du salaire w ($\int_0^w G'(u^*)f(w)dw$) et le compare à la consommation totale générée sous le salaire w , mesurée en des termes d'utilité marginale sociale.

En manipulant l'expression (22), on peut obtenir :

$$\begin{aligned} 0 &= \lambda w f(w) T' + \phi(w)(1 + k)c^{*\gamma}(1 - T'), \\ \Rightarrow \frac{T'(\cdot)}{1 - T'(\cdot)} &= \frac{-\phi(w)}{\lambda} \frac{1}{w f(w)} c^{*\gamma}(1 + k). \end{aligned} \quad (26)$$

A.1 Discrétisation et algorithme de simulation

Cette section reprend les travaux de Mankiw *et al.* (2009a). Soit $w_0, w_1, \dots, w_i, \dots, w_n$, une représentation discrète des différentes valeurs possibles de salaires telle que $w_i - w_{i-1} = \Delta \forall i$ et $f(w_i)$ la proportion d'individus de la population au salaire w_i . L'expression (26) peut facilement se discrétiser sur cet intervalle en prenant la version discrète de λ et de $-\phi(w)$:

$$\lambda \equiv \frac{\sum_{i=1}^{1000} G'(u_i^*) f(w_i)}{\sum_{i=1}^{1000} c_i^{*\gamma} f(w_i)}, \quad (27)$$

$$-\frac{\phi(w_i)}{\lambda} = \sum_{j=k}^{1000} \left[c_j^{*\gamma} - \frac{G'(u_j^*)}{\lambda} \right] f(w_j), \quad (28)$$

$$\Rightarrow \frac{T'_i}{1 - T'_i} = \frac{-\phi(w_i)}{\lambda} \frac{\Delta}{w_i f(w_i)} c_i^{*\gamma} (1 + k), \quad (29)$$

où toute variable indicée par un k ou un i désigne la valeur de cette variable pour le travailleur avec le salaire associé à l'indice.

L'algorithme de simulation peut alors s'expliquer de la manière suivante :

1. Charger en mémoire les valeurs w_0, \dots, w_n et la distribution associée f_0, \dots, f_n .
2. Calculer $\frac{\Delta}{w_i f_i} \forall i$
3. Initialiser le vecteur de taux marginaux effectifs T'_i à des valeurs arbitraires. Notons ce premier vecteur \vec{T}'_1 et fixons un autre vecteur $\vec{T}'_0 \neq \vec{T}'_1$.
4. Tant que la distance euclidienne entre \vec{T}'_{m+1} et \vec{T}'_m est non-négligeable :
 - (a) Calculer les valeurs c_i^*, L_i^* pour toutes valeurs de i .
 - (b) Calculer λ et $-\phi(w_i)$ pour toutes valeurs de i .
 - (c) Calculer la valeur à jour de \vec{T}'_{m+1} à partir de l'équation (29).

B Code Python

Disponible à git.grepa.ca (ou sur demande).